

Drogi Uczniu!

Otrzymujesz następane zestawy zadań powtórzeniowych. Zakres materiału, którego dotyczą zadania (zamknięte i otwarte) to potęgi.

25.05.2020

TEMAT: Powtórki przed egzaminem (5) – Potęgi.

W zeszycie przedmiotowym zapisz TEMAT LEKCJI oraz rozwiązania zadań wybranych przez siebie tak, aby stanowiły przekrój omawianego zagadnienia i różnorodność typów zadań.

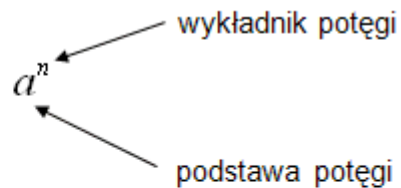
Temat w podręczniku dla klasy VIII – str. 33-37 oraz zadania w zeszycie ćwiczeń, a także tematy z klas programowo niższych

TEORIA

Co to jest potęga?

Potęgą liczby a o wykładniku naturalnym n nazywamy taki iloczyn n czynników, z których każdy jest równy liczbie a .

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ razy}}$$



$$a^0 = 1 \quad \text{dla } a \neq 0$$

$$a^1 = a$$

Iloczyn i iloraz potęg o jednakowych podstawach

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m : a^n = a^{m-n}, a \neq 0$$

Mnożenie potęg o jednakowych podstawach:

podstawa nie zmienia się, wykładniki dodajemy.

Dzielenie potęg o jednakowych podstawach:

podstawa nie zmienia się, wykładniki odejmujemy

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Podstawa nie ulega zmianie, wykładniki mnożymy

Potęgowanie potęgi

Pamiętaj, że wzory czytamy, stosujemy od strony lewej do prawej i odwrotnie od prawej do lewej!!!

MNOŻENIE I DZIELENIE POTĘG O TYM SAMYM WYKŁADNIKU

ZAPAMIĘTAJ, ŻE

ILOCZYN POTĘG = POTĘGA ILOCZYNU

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

IŁORAZ POTĘG = POTĘGA IŁORAZU

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad \text{dla } b \neq 0$$

Potęga o wykładniku ujemnym

Dla $a \neq 0$, $p \neq 0$ i $q \neq 0$ oraz n – liczba naturalna przyjmujemy, że

Ujemny wykładnik odwraca liczbę potęgowaną:

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

Równoważnie możemy zapisać, że:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

W przypadku gdy ułamek podnosimy do potęgi ujemnej, to po prostu go odwracamy:

$$\left(\frac{p}{q}\right)^{-n} = \left(\frac{q}{p}\right)^n$$

Zapis liczby za pomocą notacji wykładniczej

Zamiana na notację wykładniczą składa się z dwóch kroków:

1) Przesunięcie przecinka w liczbie tak by jej wartość mieściła się pomiędzy 1 a 10. **Powstaje liczba a.**

Uwaga: Gdy liczba nie ma przecinka, zachowujemy się tak, jakby znajdował się on za liczbą.

2) Ustalenie wykładnika liczby 10, który jest równy liczbie miejsc, o które musieliśmy przesunąć przecinek. Jeżeli przesuwaliśmy w lewo wykładnik będzie dodatni, a jeżeli w prawo wykładnik będzie ujemny. **Powstaje wykładnik n.**

Na koniec zapisujemy rezultat w formie: $a \cdot 10^n$

gdzie: $1 \leq a < 10$

n – liczba całkowita

1. Potęga o wykładniku całkowitym

<https://epodreczniki.pl/a/potega-o-wykładniku-całkowitym/D17jhHK5G>

2. Działania na potęgach o wykładniku całkowitym

<https://epodreczniki.pl/a/działania-na-potęgach-o-wykładniku-całkowitym/D9bQyvwMQ>

3. Działania na potęgach o wykładniku całkowitym. Część I

<https://epodreczniki.pl/a/działania-na-potęgach-o-wykładniku-całkowitym-czesc-i/Db9mIMIpX>

4. Działania na potęgach. Część II

<https://epodreczniki.pl/a/działania-na-potęgach-czesc-ii/Dgh4d2b0G>

4. Notacja wykładnicza liczb

<https://epodreczniki.pl/a/notacja-wykładnicza-liczb/DRv3Os382>

WYKORZYSTANE ZASOBY

- ✓ <http://scholaris.pl/>
- ✓ <https://slideplayer.pl/slide/13325949/>
- ✓ http://www.matematykam.pl/notacja_wykladnicza.html
- ✓ <https://www.matemaks.pl/potega-o-wykladniku-ujemnym.html>
- ✓ <https://epodreczniki.pl/>
- ✓ Podręcznik *Matematyka z plusem 8*, GWO
- ✓ Zeszyt ćwiczeń *Matematyka z plusem 8*, GWO
- ✓ Makowski A., Masłowska D., Masłowski T., Mentzen E., Nodzyński P., *Zbiór zadań i testów gimnazjalnych do egzaminu z matematyki*, Wyd. Aksjomat

*Życzę siły, wytrwałości i trafnych odpowiedzi.
Powodzenia! Do spotkania na konsultacjach!*



Zestaw VI

Potęgi

Zadanie 1. (0-1) Wskaż jedną poprawną odpowiedź.

Połowa liczby 2^{100} to:

- A. 2^{50} B. 1^{100} C. 2^{10} D. 2^{99}

Zadanie 2. (0-1) Wskaż jedną poprawną odpowiedź.

Po skróceniu liczba $\frac{55^5}{5^{55}}$ jest równa:

- A. $\frac{11}{5^{50}}$ B. $\frac{11}{5^{55}}$ C. $\frac{11^5}{5^{50}}$ D. $\frac{11^5}{5^5}$

Zadanie 3. (0-1) Wskaż jedną poprawną odpowiedź.

Jeśli $0,0000058 = 5,8 \cdot 10^n$, to:

- A. $n = -4$ B. $n = -5$ C. $n = -6$ D. $n = -7$

Zadanie 4. (0-1) Wskaż jedną poprawną odpowiedź.

Wyrażenie $(-2x^2)^4$ po uproszczeniu może mieć postać:

- A. $16x^8$ B. $8x^6$ C. $-8x^8$ D. $-16x^6$

Zadanie 5. (0-1) Wskaż jedną poprawną odpowiedź.

Cyfrą jedności liczby 2^{2012} jest cyfra:

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

Zadanie 6. (0-1) Wskaż jedną poprawną odpowiedź.

Liczba $3 \cdot 9^{30}$ jest równa:

- A. 3^{61} B. 27^{30} C. 3^{33} D. 9^{32}

Zadanie 7. (0-2) Wskaż wszystkie poprawne odpowiedzi.

Naturalną potęgą liczby 5 jest liczba:

- A. 125 B. 225 C. 625 D. 1000

Zadanie 8. (0-2) Wskaż wszystkie poprawne odpowiedzi.

Liczbą naturalną jest liczba:

- A. $\frac{6^{33}}{3^{66}}$ B. $\frac{3^{66} \cdot 2^{33}}{6^{22}}$ C. $\frac{3^{33} \cdot 2^{33}}{6^{33}}$ D. $\frac{6^{22}}{2^{66}}$

Zadanie 9. (0-2) Wskaż wszystkie poprawne odpowiedzi.

Liczbą większą od liczby $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ jest liczba:

- A. $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ B. $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ C. $\left(\frac{3}{4}\right)^3$ D. $(0,6)^3$

Zadanie 10. (0-2) Wskaż wszystkie poprawne odpowiedzi.

Sześcian liczby 24 jest równy:

- A. $3 \cdot 8^3$ B. $4^3 \cdot 6^3$ C. $2^9 \cdot 3^3$ D. $3^3 \cdot 2^6$

Zadanie 11. (0-2) Wskaż wszystkie poprawne odpowiedzi.

Niech $x = 2 \cdot 10^8$ oraz $y = 8 \cdot 10^2$. Iloczyn tych liczb jest równy:

- A. $16 \cdot 10^{16}$ B. $1,6 \cdot 10^{11}$ C. $(4 \cdot 10^5)^2$ D. $(2 \cdot 10^4)^4$

Zadanie 12. (0-2) Wskaż wszystkie poprawne odpowiedzi.

Liczba $\left(3\frac{1}{2}\right)^3$ jest równa:

- A. $27\frac{1}{8}$ B. $\left(2\frac{1}{3}\right)^3$ C. 42,875 D. $\frac{7^3}{8}$

Zadanie 13. (0-3) Oceń prawdziwość poniższych zdań.

- A. $2a^2 \cdot 3a^3 = 6a^6$ dla każdej liczby a . PRAWDA FAŁSZ
 B. $(2a^2)^3 = 8a^6$ dla każdej liczby a . PRAWDA FAŁSZ
 C. $\frac{12a^6}{2a^2} = 6a^3$ dla każdej liczby a . PRAWDA FAŁSZ

Zadanie 14. (0-3) Oceń prawdziwość poniższych zdań.

- A. $9^{2011} < 9^{2012}$ PRAWDA FAŁSZ
 B. $0,9^{2011} < 0,9^{2012}$ PRAWDA FAŁSZ
 C. $\left(\frac{1}{9}\right)^{2011} < \left(\frac{1}{9}\right)^{2012}$ PRAWDA FAŁSZ

Zadanie 15. (0-3) Oceń prawdziwość poniższych zdań.

A. $-3^4 = 81$

PRAWDA FAŁSZ

B. $(-3)^3 = -27$

PRAWDA FAŁSZ

C. $-(-3)^4 = -81$

PRAWDA FAŁSZ

Zadanie 16. (0-3) Oceń prawdziwość poniższych zdań.

A. $33^2 + 44^2 = 77^2$

PRAWDA FAŁSZ

B. $2^{10} + 2^{10} = 2^{11}$

PRAWDA FAŁSZ

C. $(0,4)^3 \cdot (2,5)^3 = 1$

PRAWDA FAŁSZ

Zadanie 17. (0-3) Oceń prawdziwość poniższych zdań.

A. $10^6 \cdot 0,01 = 10^4$

PRAWDA FAŁSZ

B. $10^{-5} \cdot 10^2 = 10^{-10}$

PRAWDA FAŁSZ

C. $10 \cdot 0,001 = 10^{-2}$

PRAWDA FAŁSZ

Zadanie 18. (0-2) Połącz w pary liczby równe:

I. 4^{10} II. 8^4

A. 2^7 B. 2^{12} C. 2^{20}

Pary to: I i ... oraz II i

Zadanie 19. (0-2) Połącz w pary liczby z ich przybliżeniami wiedząc, że $2^{10} \approx 10^3$ oraz $3^{10} \approx 6 \cdot 10^4$:

I. 6^{10} II. 12^{10}

A. $6 \cdot 10^{15}$ B. $6 \cdot 10^{10}$ C. $6 \cdot 10^7$

Pary to: I i ... oraz II i

Zadanie 20. (0-2) Połącz w pary równe wyrażenia:

I. $(a^3 \cdot a^2)^2$ II. $(a^3)^4$

A. a^7 B. a^{10} C. a^{12}

Pary to: I i ... oraz II i

Zadanie 21. (0-2) Połącz w pary liczby równe:

$$\text{I. } \frac{101}{1000} \quad \text{II. } \frac{11}{1000}$$

$$\text{A. } 10^{-1} + 10^{-3} \quad \text{B. } 10^{-2} + 10^{-3} \quad \text{C. } 10^{-1} + 10^{-2}$$

Pary to: I i ... oraz II i

Zadanie 22. (0-2) Połącz w pary liczby równe:

$$\text{I. } 8^3 \cdot 2^{-5} \quad \text{II. } 4^4 \cdot 2^{-6}$$

$$\text{A. } 2 \quad \text{B. } 4 \quad \text{C. } 16$$

Pary to: I i ... oraz II i

Zestaw VII

Potęgi

Zadanie 1. (0-1) Wskaż jedną poprawną odpowiedź.

Wartość wyrażenia $(-4)^2 - 3^2$ jest równa:

- A. 7 B. 49 C. -14 D. -25

Zadanie 2. (0-1) Wskaż jedną poprawną odpowiedź.

Wartością wyrażenia $\left(\frac{1}{4}\right)^{12} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{12} : \left(\frac{1}{8}\right)^{14}$ jest liczba:

- A. $\left(\frac{1}{8}\right)^2$ B. $\left(\frac{1}{8}\right)^{38}$ C. 8^2 D. 8^{38}

Zadanie 3. (0-1) Wskaż jedną poprawną odpowiedź.

Po uproszczeniu wyrażenie $a^{17} : [(a^4 : a) \cdot a^3]$ ma postać:

- A. a^5 B. a^9 C. a^{10} D. a^{11}

Zadanie 4. (0-1) Wskaż jedną poprawną odpowiedź.

Potęga $\left(1\frac{1}{3}\right)^{-2}$ jest równa:

- A. $\left(\frac{4}{3}\right)^2$ B. $\left(\frac{3}{4}\right)^2$ C. $\left(-\frac{4}{3}\right)^2$ D. $-\left(\frac{3}{4}\right)^2$

Zadanie 5. (0-1) Wskaż jedną poprawną odpowiedź.

Z liczb $(-3)^2$, $\left(\frac{4}{5}\right)^3$, $-\left(-\frac{1}{3}\right)^2$, 1^9 najmniejszą jest:

- A. $(-3)^2$ B. $\left(\frac{4}{5}\right)^3$ C. $-\left(-\frac{1}{3}\right)^2$ D. 1^9

Zadanie 6. (0-1) Wskaż jedną poprawną odpowiedź.

Wartość wyrażenia $(-4x^2y^2)^3 : (2xy)^4$ dla $x = -1$ i $y = -2$ wynosi:

- A. -16 B. 16 C. -6 D. 6

Zadanie 7. (0-2) Wskaż wszystkie poprawne odpowiedzi.

Liczba $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$ jest:

- A. ujemna. B. dodatnia. C. naturalna. D. niedodatnia.

Zadanie 8. (0-2) Wskaż wszystkie poprawne odpowiedzi.

Liczbę $\frac{3^3 \cdot 2^3}{6^4}$ można przedstawić jako:

- A. 6^{-1} B. 6^2 C. 6^5 D. $\frac{1}{6}$

Zadanie 9. (0-2) Wskaż wszystkie poprawne odpowiedzi.

Średnia odległość Merkurego od Słońca wynosi 58 000 000 km. Liczbę tę można zapisać jako:

- A. $5,8 \cdot 10^{11}$ cm B. $5,8 \cdot 10^7$ km C. $5,8 \cdot 10^{12}$ dm D. $5,8 \cdot 10^{10}$ m

Zadanie 10. (0-2) Wskaż wszystkie poprawne odpowiedzi.

Objętość sześcianu o krawędzi $a = 6 \cdot 10^2$ dm wynosi:

- A. $3,6 \cdot 10^3$ dm³ B. $36 \cdot 10^2$ dm³ C. $2,16 \cdot 10^8$ dm³ D. $216 \cdot 10^6$ dm³

Zadanie 11. (0-2) Wskaż wszystkie poprawne odpowiedzi.

Suma 16 czwórek to:

- A. 16^4 B. 4^{16} C. 2^6 D. 4^3

Zadanie 12. (0-2) Wskaż wszystkie poprawne odpowiedzi.

Wyrażenie $3^{10} + 3^{11} + 3^{12}$ jest równe:

- A. 3^{33} B. $3^{10} \cdot 13$ C. $39 \cdot 3^9$ D. $33 \cdot 3^{10}$

Zadanie 13. (0-3) Oceń prawdziwość poniższych zdań.

A. $2^5 + 2^5 + 2^5 + 2^5 = 2^7$

B. $4 + 4 + 4 + 4 = 4^4$

C. $3 + 3 + 3 = 3^2$

PRAWDA FAŁSZ

PRAWDA FAŁSZ

PRAWDA FAŁSZ

Zadanie 14. (0-3) Oceń prawdziwość poniższych zdań.

A. $3^4 : 3^{-1} = 3^3$

PRAWDA FAŁSZ

B. $3^4 \cdot 3^{-1} = 3^3$

PRAWDA FAŁSZ

C. $-3^2 = -9$

PRAWDA FAŁSZ

Zadanie 15. (0-3) Oceń prawdziwość poniższych zdań.

A. Odwrotnością liczby 4^{-2} jest 16.

PRAWDA FAŁSZ

B. Liczbą przeciwną do 4^2 jest 4^{-2} .

PRAWDA FAŁSZ

C. Odwrotnością liczby $\frac{1}{4}$ jest 4^{-1} .

PRAWDA FAŁSZ

Zadanie 16. (0-3) Oceń prawdziwość poniższych zdań.

A. Liczba $(2,4)^3$ jest 10 razy mniejsza od liczby 24^3 .

PRAWDA FAŁSZ

B. $(2^3)^4 = 2^7$

PRAWDA FAŁSZ

C. $2^2 \cdot 2^2 = (2^2)^2$

PRAWDA FAŁSZ

Zadanie 17. (0-3) Oceń prawdziwość poniższych zdań.

A. Liczba 0,00006, zapisana w notacji wykładniczej, ma postać $6 \cdot 10^{-5}$.

PRAWDA FAŁSZ

B. Liczba 65 mld, zapisana w notacji wykładniczej, ma postać $6,5 \cdot 10^{10}$.

PRAWDA FAŁSZ

C. Jeżeli $25 \cdot 10^{-2} = 2,5 \cdot 10^n$, to $n = -1$.

PRAWDA FAŁSZ

Zadanie 18. (0-2) Połącz w pary liczby sobie równe:

I. $2^{20} + 2^{20}$ II. $2^3 \cdot 2^7$

A. 2^{10} B. 2^{21} C. 2^{40}

Pary to: I i ... oraz II i

Zadanie 19. (0-2) Każdej z liczb I, II przyporządkuj liczbę do niej odwrotną:

I. $\frac{1}{5}$ II. -5

A. $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-1}$ B. $(-5)^{-1}$ C. $\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$

Pary to: I i ... oraz II i

Zadanie 20. (0-2) Połącz w pary liczby sobie równe:

I. $2^3 \cdot 2^2$ II. $2^3 + 2^2$

A. 2^5 B. 2^6 C. $2 \cdot 6$

Pary to: I i ... oraz II i

Zadanie 21. (0-2) Dopasuj określenia do liczb:

I. Kwadrat sumy liczb 2 i 3

II. Suma kwadratów liczb 2 i 3

A. $(2 \cdot 3)^2$ B. $(2 + 3)^2$ C. $2^2 + 3^2$

Pary to: I i ... oraz II i

Zadanie 22. (0-2) Dopasuj określenia do liczb:

I. 2^{199} II. 4^{99}

A. Jedna czwarta liczby 4^{100} B. Połowa liczby 4^{100}

C. Suma liczb 2^{100} i 2^{99}

Pary to: I i ... oraz II i

Zestaw VI

Potęgi

Zadanie 1. (0-2) Uzupełnij luki tak, aby otrzymać zdania prawdziwe.

Satelita, który w ciągu $2 \cdot 10^{-5}$ godziny przebywa drogę $5 \cdot 10^3$ km, leci ze średnią prędkością km/h.

Rakieta porusza się z prędkością $4 \cdot 10^5$ km/h. Ta rakieta pokona w ciągu 30 dni drogę równą kilometrów.

Zadanie 2. (0-2) Uzupełnij luki tak, aby otrzymać zdania prawdziwe.

Grubość pojedynczej kartki papieru wynosi $1,2 \cdot 10^{-1}$ mm.

Kładąc 100 kartek papieru, jedna na drugiej, łączna ich grubość wyniesie mm.

Trzeba położyć co najmniej kartek papieru, jedna na drugiej, aby łączna ich grubość wyniosła 6 cm.

Zadanie 3. (0-2) Uzupełnij luki tak, aby otrzymać zdania prawdziwe.

Saturn waży $5,4 \cdot 10^{26}$ ton, natomiast Ziemia $6 \cdot 10^{21}$ ton.

Uzupełnij zapis wykładniczy w zdaniu:

Saturn jest $\cdot 10^{\dots}$ raza cięższy od Ziemi.

Zadanie 4. (0-3) Uzupełnij luki tak, aby otrzymać zdania prawdziwe.

$$\frac{6^5}{15^{10}} \cdot 10^6 = 2^{\dots} \cdot 3^{\dots} \cdot 5^{\dots}$$

Zadanie 5. (0-3) Uzupełnij luki tak, aby otrzymać zdania prawdziwe.

$$\frac{4}{9} = (\dots)^{-2}$$

$$\frac{1}{81} = 3^{\dots}$$

$$(1,25)^{-2} = \dots$$

Zadanie 6. (0-4) Wyrażenie $\left(\frac{a}{b}\right)^2 \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{-1}$ doprowadź do najprostszej postaci.

Zadanie 7. (0-4) Oblicz $\frac{8^5 \cdot 9^4}{2^{12} \cdot 3^8}$.

Zadanie 8. (0-4) Korzystając z faktu, że $8 < 9$ uzasadnij, że $2^{33} < 3^{22}$.

Zadanie 9. (0-5) Niech $x = (10^{10})^{10}$, $y = 10^{10} \cdot 10^{10}$, $z = \frac{10^{100}}{10^{10}}$, $t = 10$.
Uporządkuj liczby od najmniejszej do największej.

Zadanie 10. (0-5) Uzasadnij, że liczba $2^n + 2^{n+2}$ jest podzielna przez 5 dla każdej liczby naturalnej n .

Zestaw VII

Potęgi

Zadanie 1. (0-2) Uzupełnij luki tak, aby otrzymać zdania prawdziwe.

a) $5^4 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{\dots} \cdot 5^{-3} = 5^3$

b) $6^{-5} \cdot \frac{1}{36} : 6^{\dots} = 1$

Zadanie 2. (0-2) Uzupełnij luki wpisując znak $<$, $>$, lub $=$ tak, aby otrzymać zdania prawdziwe.

a) $3^{-6} : 3^{-3} \dots 3^{-9}$

b) $2^{-7} : 2^{-3} \cdot 2^{-2} \dots 2^{-2}$

Zadanie 3. (0-2) Uzupełnij luki wpisując znak $<$, $>$, lub $=$ tak, aby otrzymać zdania prawdziwe.

a) $16^{10} \dots 32^5$

b) $16^{-5} \dots 32^{-4}$

Zadanie 4. (0-2) Uzupełnij luki używając notacji wykładniczej:

a) $2\text{km}^2 = \dots \text{dm}^2$

b) $3\text{kg} = \dots \text{t}$

Zadanie 5. (0-2) Pole prostokąta o bokach $4 \cdot 10^3$ m i $5 \cdot 10^4$ m zapisz w notacji wykładniczej.

Zadanie 6. (0-3) Liczby: 2^{-1} , 4^{-1} , 5^{-1} , 1^{-1} uporządkuj od najmniejszej do największej.

Zadanie 7. (0-2) Zapisz w postaci potęgi:

a) $18^5 : 2^5 =$

b) $21^7 : 3^7 \cdot 7^3 =$

Zadanie 8. (0-3) Prędkość światła wynosi $3 \cdot 10^5$ km/s. Oblicz odległość w km Ziemi od Słońca wiedząc, że światło pokonuje ją w 8 minut. Zapisz tę odległość w notacji wykładniczej.

Zadanie 9. (0-3) Zapisz w postaci jednej potęgi ($a \neq 0$):

$$[a^{10} : (a^2 \cdot a^4)] : [a^{-1} \cdot (a^7 : a^7)] =$$

Zadanie 10. (0-4) Ziarno grochu ma masę $5 \cdot 10^{-5}$ kg, a kropla wody 0,00004 kg.

a) Zapisz masę kropli wody w notacji wykładniczej.

b) Ile razy większa jest masa ziarna grochu od masy kropli wody?

c) O ile kg masa ziarna grochu jest większa od masy kropli wody?

d) Ile kropli zawiera litr wody?